Számítástudomány alapjai

1 Tétel, gráfelméleti alapfogalmak

**Def. Gráf csúcsai, élei:** egy G gráf ahol (V, E) rendezett párokat alkot

V egy nem üres halmaz, ezzel fogjuk a gráf csúcsait jelölni, így V-t fogjuk a csúcshalmaznak nevezni (=> ennek elemei a gráfnak a csúcsai).

E egy halmaz, mely a csúcsok közti kapcsolatot reprezentálja, ezeket nevezzük majd éleknek, így E-t fogjuk az élhalmaznak nevezni, egy él legfeljebb 2 csúcsot köt össze.

**Def. fokszám:** egy csúcs fokszáma, irányítatlan gráf esetén, azon élvégződésének számával egyenlő amelyek ebben a csúcsban vannak. (=>hurokél kétszer számít egy csúcs fokszámába)

**Def. Gráf diagramja:** A G gráf diagramja az G-nek egy olyan ábrázolása, melyben V-nek a sík különböző pontjait feleltetjük meg, és éleknek meg a V megfelelő csúcsait összekötő görbék felelnek meg.

**Def. Hurokél:** olyan él melynek kezdő és végpontja azonos.

**Def. Többszörös él:** többszörös élről akkor beszélünk, ha két csúcs között egynél több él van.

**Def. Egyszerű gráf:** olyan gráf ami nem tartalmaz többszörös élt, és hurokélt.

**Def. Irányított gráf:** olyan gráf aminek minden éle irányított.

**Def. Teljes gráf:** olyan egyszerű gráf melynek minden csúcsa össze van kötve minden másik csúccsal.

**Def. Komplementer gráf:** G-nek G’ a komplementer gráfja, ha csúcshalmazaik megegyeznek, G és G’ élhalmazai diszjunktak, és uniójuk egy teljes gráfot ad.

**Def. Izomorfia:** G és G’ izomorf, ha mindkét gráf csúcsai úgy számozhatóak 1-től n-ig teredő egész számokkal, hogy pontosan annyi él fut G-ben u és v között mint G’-ben. Jel: G ∼ =G′.(a hullámos szar az egyenőség jel fölött, csak a szar nem engedi)

**Def. Éltörlés:** G élhalmazából kiveszünk egy élt, így megkapjuk G’ gráfot.

**Def. feszítő részgráf:** eltörléssel kapható gráf

**Def. Csúcstörlés:** G csúcshalmazából kiveszünk egy vagy több csúcsot

**Def. Feszített részgráf:** olyan gráf melyet csúcstörléssel kaphatunk meg.

**Def. Részgráf:** és és csúcstörléssel kapható gráf

**Def. Élhozzáadás:** G-nek az élhalmazát bővítem egy elemmel.

**Def. Eléhetőség:** G-ben két csúcs elérhető, ha a két csúcs között létezik út G-ben.

**Def. Élsorozat:** a gráf egyik csúcsából eljutok a másikba mindig élek mentén.

**Def. séta:** egy élsorozat amiben nincs ismétlődő él.

**Def. Út:** olyan séta amiben nincs ismétlődő csúcs.

**Def. Kör:** olyan (zárt) út melynek kezdő és végpontja azonos.

**Def.:** irányítatlan gráf összefüggő, ha bármely két csúcsa között létezik út

**(**/\*nem kieg. anyag, de nem rossz tudni\*/

Def: irányított gráf gyengén összefüggő, ha a gráfnak irányítatlan gráf összefüggő

Def.: irányított gráf erősen összefüggő, ha bármely két csúcsa között (bármilyen sorrendben) létezik irányított út.**)**

**Def. Komponens:** K a V(G) részhalmaza, és K pontosan akkor komponense G nek ha, K-ból nem lép ki éle G-nek, de K-n belül bármely két csúcs elérhető.

**Kézfogás-lemma:**

**Ha G=(V, E) véges, de nem feltétlen egyszerű gráf, akkor a fokszámok összege az élek számának kétszeresével egyenlő.**

**BIZ: (mental gymnastics)**

**Általános kézfogáslemma: tetszőleges G(V, E) irányított gráfra a csúcsokból kilépő élek száma egyenlő a csúcsokba belépő élek számával, ami egyenlő a gráf éleinek számával.**

**Biz:** az egyes csúcsokból kilépő éleket megszámolva minden élt pontosan egyszer számoltunk, tehát a kifokok összege az élszám. Ugyanez igaz a befokok összegére is.

KFL-re visszavezetve:

Csináljunk egy olyan G’ gráfot, melyben minden élt egy oda-vissza irányított élpárral helyettesítünk.

Ekkor az általános KFL szerint a G’ gráf éleinek számát meg tudjuk határozni.

De mivel minden élt 2 irányított éllel helyettesítettünk, ezért |E(G’)|=|2E(G)|.

**BIZ: (vaslogika)**

Húzzuk be az éleket egyesével, és vegyük észre, hogy minden behúzott él a fokszámot 2 vel növeli

* A fokszám az élek számának kétszeresével egyenlő.